

<p><b>Μάθημα:</b> Μαθηματικά</p> <p><b>Εισηγητής:</b> Δρ Ιωάννης Θ. Φαμέλης</p> <p style="text-align: center;"><b>ΘΕΜΑΤΑ Α</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>Ακαδημαϊκό Έτος 2013-14</b> <b>Εξάμηνο Χειμερινό</b> <b>Εξεταστική Περίοδος</b></p> <p>Σημειώσεις : κλειστές Διάρκεια εξέτασης: 2 ώρες Ημ. εξέτασης: 7/02/2014 Να απαντηθούν 2 από τα θέματα 1-3 και 2 από τα θέματα 4-6.</p>
--	---

**Θέμα 1. (2 μονάδες)** Αφού γράψετε τους μιγαδικούς αριθμούς  $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ ,  $z_2 = -1 + i\sqrt{3}$  στην τριγωνομετρική τους μορφή, υπολογίστε το  $z = z_1^{10} - z_2^5$  και γράψτε το στη μορφή  $a + bi$ .

**Θέμα 2. (2 μονάδες)** Βρείτε τον αντίστροφο του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

και στη συνέχεια υπολογίστε τον πίνακα  $A^{-1}A - 2A$ .

**Θέμα 3. (2 μονάδες)** Χρησιμοποιώντας τα αναπτύγματα Taylor επαληθεύεται ότι:

$$e^{2ix} = \cos(2x) + i \sin(2x) .$$

=====

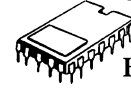
**Θέμα 4. (3 μονάδες)** Αρχικά υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα  $\int \frac{dy}{y^2 - 4}$  και στη συνέχεια χρησιμοποιώντας την μέθοδο χωριζόμενων μεταβλητών λύστε το πρόβλημα αρχικών τιμών:

$$y' = x^3(y^2 - 4) \text{ ή } \frac{dy}{dx} = x^3(y^2 - 4), \quad y(0) = 2 .$$

**Θέμα 5. (3 μονάδες)** Κάνοντας τον μετασχηματισμό  $u = e^x$  υπολογίστε το ολοκλήρωμα:

$$I = \int \frac{e^{2x} - e^x}{e^{2x} - 6e^x + 10} dx .$$

**Θέμα 6. (3 μονάδες)** Ηλεκτρόνιο κινείται επί της καμπύλης του επιπέδου  $\mathbf{r}(t) = \cos(2t)\mathbf{i} + \sin(2t)\mathbf{j}$ , όπου  $t$  αναπαριστά τον χρόνο σε sec. Υπολογίστε το διάνυσμα της ταχύτητάς του  $(\frac{d\mathbf{r}}{dt})$  τη χρονική στιγμή  $t = \pi$ . Υπολογίστε ένα μοναδιαίο διάνυσμα το οποίο να είναι κάθετο στο διάνυσμα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t = \pi$ . Πόση απόσταση έχει διανύσει στην τροχιά του από  $t = 0$  έως  $t = \pi$  (περίπου 3.14 sec);



<p><b>Μάθημα:</b> Μαθηματικά</p> <p><b>Εισηγητής:</b> Δρ Ιωάννης Θ. Φαμέλης</p> <p style="text-align: center;"><b>ΘΕΜΑΤΑ Β</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>Ακαδημαϊκό Έτος 2013-14</b> <b>Εξάμηνο Χειμερινό</b> <b>Εξεταστική Περίοδος</b></p> <p>Σημειώσεις : κλειστές Διάρκεια εξέτασης: 2 ώρες Ημ. εξέτασης: 07/02/2014 Να απαντηθούν 2 από τα θέματα 1-3 και 2 από τα θέματα 4-6.</p>
--	--

**Θέμα 1. (2 μονάδες)** Αφού γράψετε τους μιγαδικούς αριθμούς  $z_1 = \sqrt{3} + i$ ,  $z_2 = \sqrt{3} - i$  στην τριγωνομετρική τους μορφή, υπολογίστε το  $z = z_1^{22} - z_2^2$  και γράψτε το στη μορφή  $a + bi$ .

**Θέμα 2. (2 μονάδες)** Να λυθεί το ακόλουθο σύστημα με τη μέθοδο απαλοιφής του Gauss (επαυξημένου πίνακα).

$$25x + 5y + z = 5$$

$$9x + 3y + z = 5$$

$$x + y + z = -3$$

Η λύση με οποιαδήποτε άλλη μέθοδο δεν γίνεται δεκτή. Στη συνέχεια να υπολογισθεί η πράξη πινάκων  $A\tilde{x} - 2b$  όπου  $A$  ο πίνακας συντελεστών του συστήματος,  $b$  διάνυσμα στήλη με στοιχεία τους σταθερούς όρους και  $\tilde{x} = [x, y, z]^T$  διάνυσμα στήλη με στοιχεία τη λύση.

**Θέμα 3. (2 μονάδες)** Χρησιμοποιώντας τα αναπτύγματα Taylor επαληθεύεται ότι :

$$e^{3ix} = \cos(3x) + i \sin(3x) .$$

**Θέμα 4. (3 μονάδες)** Αρχικά υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα  $\int \frac{dy}{y^2 - 9}$  και στη συνέχεια χρησιμοποιώντας την μέθοδο χωριζόμενων μεταβλητών λύστε το πρόβλημα αρχικών τιμών :

$$y' = \frac{x^2(y^2 - 9)}{2} \quad \text{ή} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{x^2(y^2 - 9)}{2}, \quad y(0) = 6.$$

**Θέμα 5. (3 μονάδες)** Κάνοντας τον μετασχηματισμό  $u = e^x$  υπολογίστε το ολοκλήρωμα:

$$I = \int \frac{e^{2x} + 2e^x}{e^{2x} + 6e^x + 10} dx .$$

**Θέμα 6. (3 μονάδες)** Ηλεκτρόνιο κινείται επί της καμπύλης του επιπέδου  $\mathbf{r}(t) = \cos(4t)\mathbf{i} + \sin(4t)\mathbf{j}$ , όπου  $t$  αναπαριστά τον χρόνο σε sec. Υπολογίστε το διάνυσμα της ταχύτητάς του  $(\frac{d\mathbf{r}}{dt})$  ταχύτητάς

του τη χρονική στιγμή  $t = \frac{\pi}{4}$ . Υπολογίστε ένα μοναδιαίο διάνυσμα το οποίο να είναι κάθετο στο

διάνυσμα της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t = \frac{\pi}{4}$ . Πόση απόσταση έχει διανύσει στην τροχιά του

από  $t = 0$  έως  $t = \frac{\pi}{4}$  (περίπου 0.7854 sec);