

<p>Μάθημα: Εφαρμοσμένα Μαθηματικά</p> <p>Εισηγητής: Δρ Ιωάννης Θ. Φαμέλης</p>	<p>Ακαδημαϊκό Έτος 2011-12 Εξάμηνο Εαρινό Α' Εξεταστική Περίοδος</p> <p>Σημειώσεις : κλειστές Διάρκεια εξέτασης: 2 ώρες Ημ. εξέτασης: 29/06/2012</p>
---	---

Θέμα 1. (2.5 μονάδες) Εάν τα μήκη των πλευρών (x, y) ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου αυξηθούν κατά 0.4%, να προσεγγίσετε, με τη χρήση του ολικού διαφορικού, πόσο τοις εκατό θα αυξηθεί το εμβαδόν του. (Υπόδειξη: Θεωρήστε ως $E(x, y)$ συνάρτηση η οποία να έχει να εκφράζει τον τύπο του εμβαδού. Εάν μία ποσότητα x αυξάνει κατά $a\%$ τότε η μεταβολή dx ισούται με $a/100 x$)

Θέμα 2. (2.5 μονάδες) Βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης $f(x, y, z) = x + 2y$ όταν ισχύει η συνθήκη $x^2 + y^2 + 2z^2 = 4$.

Θέμα 3. (2.5 μονάδες) Βρείτε την μάζα ενός καλωδίου που κείται πάνω στην καμπύλη $\mathbf{r}(t) = t \mathbf{i} + 0\mathbf{j} + \frac{1}{2}(t^2 + 1)\mathbf{k}$, $0 \leq t \leq 1$ εάν η πυκνότητα του είναι $\delta(x, y, z) = 6z + 3x - 3x^2 + 4y - 3$.

Υπόδειξη: Η μάζα δίνεται από το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $M = \int_C \delta(x, y, z) ds$. Θα σας χρειαστεί η παράγωγος του $(t^2 + 1)^{3/2}$

Θέμα 4. (2.5 μονάδες) Να υπολογίσετε το διπλό ολοκλήρωμα $\iint_R (x^2 - 2y) dA$ όπου R είναι το κλειστό χωρίο στο επίπεδο xy που φράσσεται από τον άξονα x , από τις ευθείες $x = -1$ και $x = 1$ και την παραβολή $y = x^2 + 1$. Σχεδιάστε το χωρίο και ολοκληρώστε πρώτα ως προς y και μετά ως προς x .

Θέμα 5. (2.5 μονάδες) Να λυθεί με την χρήση του μετασχηματισμού Laplace η διαφορική εξίσωση $y'' + 9y = 5 \sin(2t)$ με $y(0) = 0, y'(0) = 0$.

Θέμα 6. (2.5 μονάδες) Έστω η περιοδική συνάρτηση $f = f(x)$ όπου $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \leq x < 0 \\ 1 & 0 \leq x < \pi \end{cases}$

αν $-\pi \leq x < \pi$ και $f(x + 2\pi) = f(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Παραστήσετε γραφικά την συνάρτηση και υπολογίστε τους συντελεστές της εκθετικής σειράς Fourier που αντιστοιχούν σε αυτήν. Στη συνέχεια να επαναπροσδιοριστεί η f στα σημεία ασυνέχειας της ώστε η σειρά Fourier να την παριστάνει σε όλο το \mathbb{R} .

Τα θέματα επιστρέφονται. Θα πρέπει να επιλέξετε ένα από τα θέματα 1,2, ένα από τα θέματα 3,4 και να απαντήσετε και στο θέμα 5 και στο 6.

Καλή επιτυχία

Ο Εισηγητής

Δρ Ι.Θ.Φαμέλης
Επ. Καθηγητής ΓΤΜ

