

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: _____
Α.Μ.: _____

ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2012

ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ

A1. Αφού γράψετε τους μιγαδικούς αριθμούς $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$, $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$ στην τριγωνομετρική τους μορφή, υπολογίστε το $z = z_1^5 + z_2$ και γράψτε το στη μορφή $a + bi$.

A2. Να λυθεί το ακόλουθο σύστημα με τη μέθοδο απαλοιφής του Gauss (επαυξημένου πίνακα).

$$\begin{aligned}5x - 2y - z &= 0 \\ -2x + 2y - 2z &= 0 \\ -x - 2y + 5z &= 0\end{aligned}$$

Η λύση με οποιαδήποτε άλλη μέθοδο δεν γίνεται δεκτή.

A3. Χρησιμοποιώντας την μορφή της εξίσωσης της ευθείας με ορίζουσες και ιδιότητες οριζουσών δείξτε ότι τα σημεία με συντεταγμένες $(a+b, c)$, $(a+c, b)$, $(b+c, a)$ είναι συνευθειακά.

A4. Ποιον πίνακα ονομάζουμε αντίστροφο ενός πίνακα και ποιον ανάστροφο; Πως τους συμβολίζουμε;

Έστω $A = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ και $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$. Υπολογίστε τον αντίστροφο του πίνακα A και τον ανάστροφο του

B και όποιες από τις ακόλουθες παραστάσεις ορίζονται: AB , BA , $B'B$.

B1. Λύστε το πρόβλημα αρχικών τιμών $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + 10y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

B2. Να υπολογισθεί το ορισμένο ολοκλήρωμα $\int_{e^2}^{e^3} \frac{\ln^2(x)}{x(\ln(x)-1)} dx$. (Υπόδειξη: υπολογίστε αρχικά το αόριστο ολοκλήρωμα για το οποίο χρησιμοποιήστε μέθοδο της αντικατάστασης όπου $w = \ln(x)$).

Γ1. Αρχικά υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα $\int \frac{dy}{y(y-4)}$ και στη συνέχεια χρησιμοποιώντας την μέθοδο

χωριζόμενων μεταβλητών λύστε το πρόβλημα αρχικών τιμών $y' = xy(y-4)$ ή $\frac{dy}{dx} = xy(y-4)$, $y(0) = 6$.

Γ2. Με τη μέθοδο της παραγοντικής ολοκλήρωσης υπολογίστε το ορισμένο ολοκλήρωμα $I = \int_0^1 \ln(x+1) dx$.

Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας το ανάπτυγμα τους 5 πρώτους όρους του πολυωνύμου Taylor με κέντρο το 0, υπολογίστε μία προσέγγιση του παραπάνω ολοκληρώματος. Υπολογίστε το απόλυτο και το απόλυτο σχετικό σφάλμα της προσέγγισης όταν σας δίνεται ότι $\ln(2) \approx 0.693147$.

Να απαντήσετε 3 από τα θέματα A1-A4 (x1.5 μονάδες), 1 από τα θέματα B1-B2 (x2.5 μονάδες) και 1 από τα θέματα Γ1-Γ2 (x3 μονάδες).

Καλή Επιτυχία ☺

Δρ. Ιωάννης Θ. Φαμέλης 06/02/2012