

ΘΕΩΡΙΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ και ΚΩΔΙΚΩΝ

Α' Εξεταστική περίοδος Εαρινού Εξαμήνου
Ακ. Έτους 2012-2013

Ημερομηνία: 08/07/13

ΘΕΜΑ Α (40):

Ένα «δίκαιο» νόμισμα στρίβεται έως ότου φέρουμε γράμματα. Ας δηλώσουμε με X την τυχαία μεταβλητή που δηλώνει τον απαιτούμενο αριθμό ρίψεων του νομίσματος. Βρείτε την εντροπία $H(X)$ σε bits.

Υπόδειξη. Οι ακόλουθες εκφράσεις μπορεί να σας φανούν χρήσιμες

$$\sum_{n=0}^{\infty} r^n = \frac{1}{1-r}, \quad \sum_{n=0}^{\infty} nr^n = \frac{r}{(1-r)^2}$$

Εάν το νόμισμα δεν είναι δίκαιο και φέρει κορώνα με πιθανότητα p και γράμματα με πιθανότητα $(1-p)$ ποια είναι η εντροπία $H(X)$;

ΘΕΜΑ Β (30):

- A) Χρησιμοποιείστε LZ78 για να βρείτε τις πρώτες 10 κωδικές λέξεις της ακολουθίας $x=1111111\dots$. Σχολιάστε τον αριθμό των bits κωδικοποίησης ανά σύμβολο για την ακολουθία αυτή καθώς το μέγεθος της ακολουθίας τείνει στο άπειρο.
- B) Έστω μία πηγή παράγει τα σύμβολα $\{a, b\}$ με πιθανότητες 0.8 και 0.2 αντίστοιχα. Χρησιμοποιείστε αριθμητική κωδικοποίηση για να κωδικοποιήσετε την ακολουθία bbbb.

ΘΕΜΑ Γ (30):

Οι κώδικες μέγιστου μήκους (maximum length codes) είναι δυικοί των Hamming κωδίκων και επομένως συνιστούν μία οικογένεια κωδίκων $(2^m-1, m)$ για $m \geq 3$. Βρείτε τον πίνακα γεννήτορα του κώδικα $(7,3)$.

Βρείτε τις κωδικές λέξεις του κώδικα αυτού καθώς και το βάρος των λέξεων αυτών. Αποφανθείτε ότι όλες οι κωδικές λέξεις (εκτός από την όλο μηδενικά κωδικολέξη) έχουν το ίδιο βάρος που είναι 2^{m-1} .

Καλή επιτυχία
Ευάγγελος Ζέρβας