

<p>Μάθημα: Μαθηματικά</p> <p>Εισηγητής: Δρ Ιωάννης Θ. Φαμέλης</p>	<p>Ακαδημαϊκό Έτος 2011-12 Χειμερινό Εαρινό Εξεταστική Περίοδος Σεπτεμβρίου</p> <p>Σημειώσεις : κλειστές Διάρκεια εξέτασης: 2 ώρες Ημ. εξέτασης: 07/02/2013</p>
---------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Θέμα Α1. Αφού γράψετε τον μιγαδικό αριθμό $z = 1 - i$ στην τριγωνομετρική του μορφή, χρησιμοποιώντας τους κατάλληλους γνωστούς τύπους, υπολογίστε το μέτρο και το πρωτεύον όρισμα του μιγαδικού

$$z = \left(\cos\left(-\frac{\pi}{5}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{5}\right) \right) (1 - i) .$$

Θέμα Α2. Βρείτε τον αντίστροφο του πίνακα $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Α3. Δίνονται οι ακόλουθοι πίνακες $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ και $C = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 6 \\ 2 & 5 & 7 \end{bmatrix}$. Να υπολογιστούν, όπου

ορίζονται, οι παραστάσεις $AB, C, BA^T, AC, B + ABA^T$. Με A^T συμβολίζουμε τον ανάστροφο του A .

Α4. Θεωρούμε την καμπύλη $f(x) = x^2 - 2$. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας T που εφάπτεται στο γράφημα της f (σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Oxy) στο τυχαίο σημείο $(t, f(t))$ όπου $t > 0$. Στη συνέχεια να βρείτε το σημείο στο οποίο η ευθεία T τέμνει τον άξονα των x . Βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της ευθείας στο σημείο για το οποίο $t = \sqrt{2}$ και την εξίσωση της κάθετης στην εφαπτόμενη στο σημείο αυτό. Κάντε ένα γράφημα στο οποίο να παριστάνονται η καμπύλη, η εφαπτόμενη και η κάθετη της στο σημείο αυτό.

B1. Να υπολογιστούν τα ολοκληρώματα (α) $I_1 = \int (3 - 2x)e^{-x} dx$ (β) $I_2 = \int \frac{e^{2x}}{2e^{2x} + 5e^x + 2} dx$ (Θέστε

$z = e^x$).

B2. Να λυθεί η γραμμική διαφορική εξίσωση πρώτης τάξης $\frac{dy}{dx} + 2xy + 2x = e^{-x^2}$.

B3. α) Λύστε το πρόβλημα αρχικών τιμών $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$, $y(0)=1, y'(0)=1$.

β) Χρησιμοποιώντας το ανάπτυγμα Taylor της $f(x) = e^x$ κέντρου 0 αναπτύξτε σε σειρά Taylor κέντρου 0 τη συνάρτηση $f(x) = \frac{e^{-x} - (1-x)}{x^2}$. Χρησιμοποιώντας 4 όρους του αναπτύγματος αυτού υπολογίστε μία

προσέγγιση του ολοκληρώματος $\int_0^{0.2} f(x) dx$.

Να απαντήσετε 3 από τα θέματα Α1-Α4 (x1.5 μονάδες) και 2 από τα θέματα Β1-Β2 (x3 μονάδες).

Καλή Επιτυχία ☺